

CHƯƠNG II: HÀM SỐ BẬC NHẤT.

I. Những kiến thức cơ bản về hàm số.

1. Nhắc lại về hàm số:

2. Hàm số bậc nhất.

Cho hàm số : $y = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$) (1)

Hàm số (1) xác định với mọi giá trị của $x \in \mathbb{R}$

Hàm số (1) đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow a > 0$

Hàm số (1) nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow a < 0$

Hàm số (1) là hàm số bậc nhất $\Leftrightarrow a \neq 0$

3. Đồ thị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

Đồ thị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng:

- Cắt trục tung tại điểm có tung độ là b . b là tung độ gốc của hàm số
- Song song với đường thẳng $y = ax$ nếu $b \neq 0$ và trùng với đường thẳng $y = ax$ nếu $b = 0$

Chú ý: (d): $y = ax + b$ đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow$ (d): $y = ax$

3. Các bước vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

- TXĐ: $\mathbb{R}$

- Bảng giá trị:

x	0	1
$y = ax + b$	b	a + b

- Vẽ đồ thị: Nối đường thẳng đi qua hai điểm vừa xác định trên bảng giá trị

4. Vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Cho $(d_1): y = a_1x + b_1$ ($a_1 \neq 0$) và $(d_2): y = a_2x + b_2$ ($a_2 \neq 0$)

a) (d_1) cắt $(d_2) \Leftrightarrow a_1 \neq a_2$

b) $(d_1) \parallel (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$

c) $(d_1) \equiv (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$

d) (d_1) cắt (d_2) tại trục tung có tung độ $= m \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \neq a_2 \\ b_1 = b_2 = m \end{cases}$

5. Hệ số góc của hàm số bậc nhất:

- Nếu $a > 0$: Góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ với trục hoành là góc α với $\tan \alpha = a$

- Nếu $a < 0$: Góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ với trục hoành là góc kề bù với góc α sao cho $\tan \alpha = |a|$

$\Rightarrow |a|$ gọi là hệ số góc

II. Những dạng bài tập cơ bản về hàm số.

Ví dụ 1: Đâu là hàm số bậc nhất một ẩn trong các hàm số dưới đây?

a. $y = -7 + 3x$

b. $y = 2x - 2$

c. $y = -1/2$

d. $y = \sqrt{2x+3}$

e. $y = \sqrt{2x-3}$

f. $y = -9$

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = -3x + 1$. Kiểm tra xem các điểm dưới đây có thuộc hàm số đã cho không?

A(2; -1); B(1; -2); C(0;1); D(2; 0); E(-9; -8)

Cách làm:

Thay điểm A(2;-1) vào $y = -3x + 1$

ta được: $-1 = -3.2 + 1$

$\Leftrightarrow -1 = -5$ (đẳng thức sai)

Vậy điểm A không thuộc đồ thị hàm số $y = -3x + 1$

Ví dụ 3 : Xác định hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$ trong các trường hợp sau đây:

a. Song song với đường thẳng $y = -3x$ và đi qua gốc tọa độ

b. Song song với đường thẳng $y = -3x + 5$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2

c. Đi qua hai điểm C (0, -3) và D(- 2;2)

Bài giải

a. Vì $y = ax + b // y = -3x \Rightarrow a = -3$

Do $y = -3x + b$ đi qua gốc tọa độ nên $b = 0$

b. Do $y = ax + b // y = -3x + 5$ nên $a = -3$

Vì $y = -3x + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2 nên tung độ gốc $b = 2$

c. Đường thẳng $y = ax + b$ đi qua C và D nên

$-3 = a.0 + b \Rightarrow b = -3$

$2 = -2.a + b \Rightarrow a = -5/2$

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = 2x - 3$ có đồ thị (d1) và hàm số $y = 3x - 1$ có đồ thị (d2)

a) Vẽ (d1) và (d2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d1) và (d2) bằng phép tính

a) Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

* Xét $y = \frac{1}{2}x : (d_1)$

_TXĐ : $\forall x \in \mathbb{R}$

_Bảng giá trị :

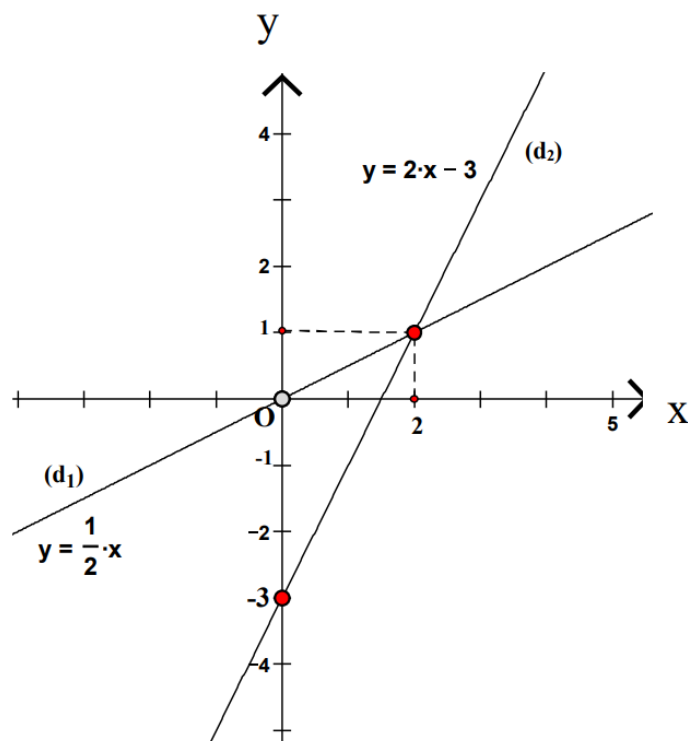
x	0	2
$y = \frac{1}{2}x$	0	1

* Xét $y = 2x - 3 : (d_2)$

_TXĐ : $\forall x \in \mathbb{R}$

_Bảng giá trị :

x	0	2
$y = 2x - 3$	-3	1



b) Tìm tọa độ giao điểm giữa (d_1) và (d_2) bằng phép toán.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (d_1) và (d_2) :

$$\frac{1}{2}x = 2x - 3$$

$$\Leftrightarrow x = 4x - 6$$

$$\Leftrightarrow 3x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Thay $x = 2$ vào $y = \frac{1}{2}x$, ta được $y = \frac{1}{2}.2 = 1$

Vậy tọa độ giao điểm giữa (d_1) và (d_2) là $(2 ; 1)$.

III. BÀI TẬP

Bài 1. Vẽ đồ thị các hàm số sau trên cùng mặt phẳng tọa độ và tìm tọa độ giao điểm của chúng.

1. $(d) : y = 3x + 2$ và $(d_1) : y = -2x + 1$

2.(d): $y = 2 - x$ và (d₁): $y = 3 + 2x$

Bài 2 : Cho hàm số $y = (2m + 1)x - 4$ Tìm m để hàm số trên là :

- Hàm số bậc nhất
- Hàm số đồng biến
- Hàm số nghịch biến
- Song song với đồ thị hàm số $y = x - 5$
- Đi qua điểm có tọa độ là (2 ; 3)

Bài 3 : Cho hàm số $y = 2x - 1$ (D1) và $y = -x + 3$ (D2) ; $y = (m - 2)x + 2m + 3$

- Vẽ và tìm giao điểm của D1, D2
- Tìm m để D1, D2, D3 đồng qui

Bài 4: Xác định hệ số a, b của hàm số $y = ax + b$ trong các trường hợp sau đây:

- Song song với đường thẳng $y = 2x$ và đi qua gốc tọa độ
- Song song với đường thẳng $y = -3x + 5$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2
- Song song với đường thẳng $y = -x + 2$ và có tung độ gốc là 9
- Đi qua hai điểm A (0, 1) và B(2;3)
- Đi qua hai điểm C (0, -3) và D(-2;2)
- Song song với đường thẳng $y = x - 4$ và cắt trục tung tại điểm có tọa độ là 3
- Song song với đường thẳng $y = -\frac{3}{2}x - 4$ và cắt trục tung tại điểm có tọa độ là -5
- Song song với đường thẳng $y = x - 4$ và cắt đồ thị $y = 2x - 3$ tại điểm có hoành độ là 1
- Song song với đường thẳng $y = -x + 3$ và cắt đồ thị $y = 3x - 8$ tại điểm có hoành độ là 3

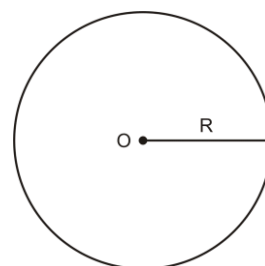
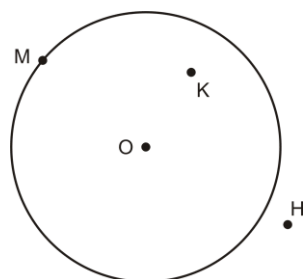
HÌNH HỌC:

CHỦ ĐỀ: ĐƯỜNG TRÒN Vấn đề 1, 2: SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN. ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CUNG TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

I. CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

1 - Nhắc lại định nghĩa đường tròn

Định nghĩa : Đường tròn tâm O bán kính R, kí hiệu (O;R) hoặc (O) là hình gồm các điểm luôn cách đều O một đoạn bằng R.



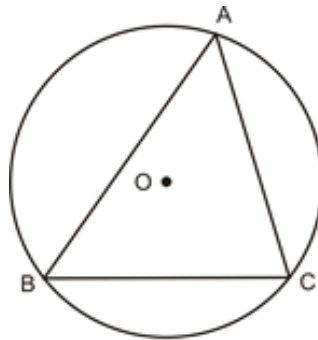
Nếu M nằm trên đường tròn $(O;R)$ thì $OM = R$

Nếu K nằm trong đường tròn $(O; R)$ thì $OK < R$

Nếu H nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ thì $OH > R$.

2. Định lí về sự xác định một đường tròn

- Qua ba điểm không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.
- Tâm O của đường tròn đi qua ba điểm A, B, C là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC. Đường tròn này gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác
- Tâm O của đường tròn tiếp xúc trong với ba cạnh của tam giác là giao điểm của ba đường phân giác tam giác đó. Đường tròn này là đường tròn nội tiếp tam giác.
- Đường tròn đi qua ba đỉnh của một tam giác gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác hay tam giác nội tiếp đường tròn.



3. Tính chất đối xứng của đường tròn

a) **Tâm đối xứng:** Có 1 tâm đối xứng, là tâm đường tròn.

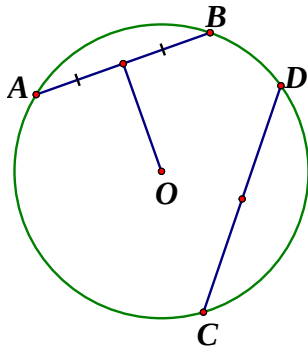
b) **Trục đối xứng:** Có vô số trục đối xứng. Bất kỳ đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn.

* Trong tam giác vuông trung điểm cạnh huyền là tâm đường tròn ngoại tiếp.

* Trong tam giác đều, tâm đường tròn ngoại tiếp là trọng tâm tam giác đó.

* Nếu một tam giác nội tiếp đường tròn có 1 cạnh là đường kính thì tam giác đó vuông

4. Tính chất đường kính và dây:



Đường kính vuông góc với dây cung thì đi qua trung điểm của dây cung đó

Đường kính đi qua trung điểm của dây không qua tâm thì vuông góc với dây

II. Các dạng toán thường gặp về sự xác định đường tròn - tính chất đối xứng của đường tròn

Dạng 1: Chứng minh các điểm cho trước cùng thuộc một đường tròn.

Phương pháp: Chứng minh các điểm cho trước cách đều một điểm nào đó.

Điểm đó chính là tâm của đường tròn (Dùng tính chất cách đều hoặc tính chất tam giác vuông)

Dạng 2: Xác định vị trí tương đối của một điểm đối với một đường tròn

Phương pháp: Để xác định vị trí của điểm M đối với đường tròn $(O;R)$ ta so sánh khoảng cách OM với bán kính R

Nếu A nằm trên đường tròn $(O;R)$ thì $OA=R$

Nếu A nằm trong đường tròn $(O;R)$ thì $OA < R$

Nếu A nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ thì $OA > R$

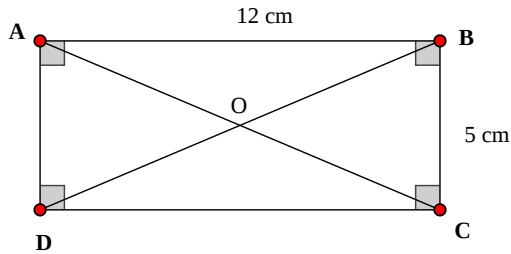
Dạng 3: Xác định tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp

Phương pháp:

- Sử dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông.
- Dùng định lý Pytago.
- Dùng tỉ số lượng giác; hệ thức lượng về cạnh và góc trong tam giác vuông.

III. Bài tập về sự xác định đường tròn - tính chất đối xứng của đường tròn

Bài tập 1 : Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 12\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D thuộc cùng một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.



Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

Ta có ABCD là hình chữ nhật (gt).

$\Rightarrow OA = OB = OC = OD$ (tính chất)

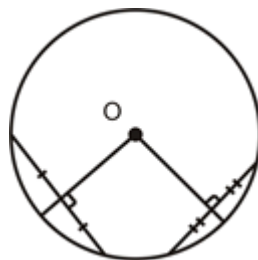
$\Rightarrow$ Bốn điểm A, B, C, D thuộc cùng một đường tròn (O, OA)

Theo định lý Pitago trong tam giác vuông ABC có:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$$

Nên bán kính đường tròn là $OA = 13 : 2 = 6.5 \text{ cm}$

Bài tập 2: Một tấm bài hình tròn không còn dấu vết của tâm. Hãy tìm lại tâm của hình tròn đó



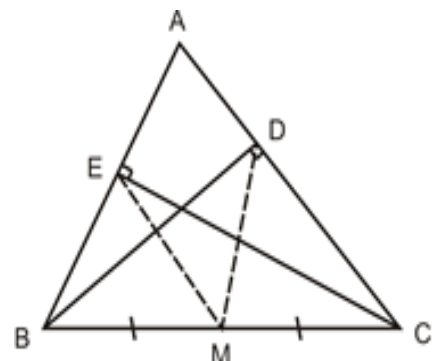
- Vẽ hai dây bất kỳ của đường tròn
- Vẽ đường trung trực của hai dây ấy

$\Rightarrow$ Giao điểm của 2 đường trung trực chính là tâm đường tròn ban đầu

Bài tập 3: Cho tam giác ABC, các đường cao BD và CE. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn

b) $DE < BC$.



a. Cách 1 :

Gọi M là trung điểm BC

Xét tam giác BDE vuông tại E có EM là đường trung tuyến ứng với cạnh BC ($MB=MC$)

$$\Rightarrow EM = \frac{BC}{2} \quad (1)$$

Xét tam giác BDC vuông tại D có DM là đường trung tuyến ứng với cạnh BC ($MB=MC$)

$$\Rightarrow DM = \frac{BC}{2} \quad (2)$$

Mà $MB=MC$ (M là trung điểm của BC) (3)

$$\text{Từ } 1,2,3 \Rightarrow ME = MB = MC = MD = \frac{BC}{2}$$

Do đó : B, E, D, C cùng thuộc đường tròn $(M ; \frac{BC}{2})$

Cách 2: Do tam giác BEC vuông tại E (do CE là đường cao)

$\Rightarrow$ 3 điểm B,E,C cùng thuộc đường tròn đường kính BC

Do tam giác BDC vuông tại D (Do BD là đường cao)

$\Rightarrow$ 3 điểm C,D,B cùng thuộc đường tròn đường kính BC

$\Rightarrow$ 4 điểm B, E, D, C cùng thuộc đường tròn $(M ; \frac{BC}{2})$

b. Xét đường tròn $(M ; \frac{BC}{2})$

Ta có : DE là dây; BC là đường kính

$$\Rightarrow DE < BC \text{ (định lý 1)}$$

Bài tập 4 :

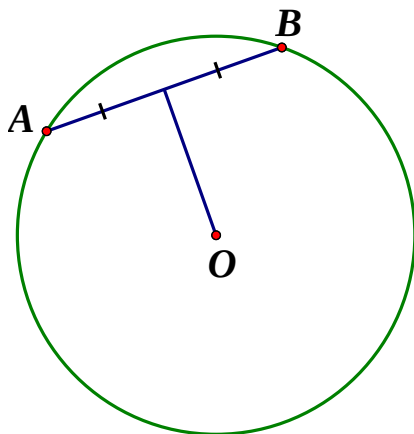
Cho (O,10cm). Vẽ dây $AB = 12\text{cm}$; gọi I là trung điểm của AB. Tính OI.

Do I là trung điểm của AB $\Rightarrow AI = AB : 2 = 12 : 2 = 6\text{cm}$

Mà AB không qua tâm ($AB < 2R$)

Nên OI vuông góc AB (Tính chất đường kính và dây)

Xét tam giác vuông OIA ta có $OI = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$



IV. Bài tập áp dụng:

Bài 1: Cho đường tròn (O), AB là một đường kính bất kì và C là một điểm thuộc đường tròn. Vẽ C' đối xứng với điểm C qua AB. Chứng minh rằng điểm C' cũng thuộc đường tròn (O).

Bài 2: Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi E là trung điểm của BC và BD là đường cao của $\triangle ABC$ ($D \in AC$). AE cắt BD tại H

- Chứng minh rằng bốn điểm A, D, E, B cùng thuộc một đường tròn tâm O
- Xác định tâm I của đường tròn đi qua 3 điểm H; D; C
- Chứng minh rằng đường tròn tâm O và đường tròn tâm I có hai điểm chung

Bài 3: Cho tam giác ABC cân tại A, các đường cao AD và BE cắt nhau tại H. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CH. Chứng minh rằng:

- $MD \perp BE$
- Bốn điểm M, N, D, E cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 4: Cho tam giác ABC nhọn có $AB < AC$. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt hai cạnh AB, AC lần lượt tại D, E; BE cắt CD tại H

- Chứng minh: AH vuông góc với BC tại F

- b. Chứng minh 4 điểm A,E,H,D cùng thuộc 1 đường tròn, xác định tâm I?
- c. Chứng minh 4 điểm A,E,F,B cùng thuộc 1 đường tròn, xác định tâm K
- d. Chứng minh IO vuông góc với DE

Bài 5: Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O) có $AB < AC$. Hai đường cao BD, CE cắt nhau tại H, AH cắt BC tại F

- a. Chứng minh: $DE < BC$
- b. Kẻ đường kính AK; Chứng minh: $BK \parallel CE$
- c. Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành
- d. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh H,M,K thẳng hàng
- e. Tính AH theo R nếu $BC = R\sqrt{3}$